

センター試験への心得（ベクトル）

ベクトルは、現代の数理諸科学の必須の道具である大学の線型代数の準備として重要であると同時に、論理的に厄介な問題を内包した伝統的な初等幾何の代替案として期待されているものであるが、我が国の高校数学における扱いは中途半端で、学習者にとっては、学習の喜びや達成感を得にくい分野となっている。特に、ベクトルを成分で表現したときには、座標を使う「図形と式」との間にいかなる違いがあるか、学習者になかなかわからない。

ベクトルと通常の点の座標との混乱を克服するには、

「点 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ に対し、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$ である」という基本を深く納得するまでしっかり学習を繰り返すことが唯一の対策であり、逆にこの理解さえ達成できれば、その後のポイントは、

「3点 A, B, P が 同一直線上 にあるための条件」

「4点 A, B, C, P が 同一平面上 にあるための条件」

が、ベクトルを用いて簡潔に表現できることの理解だけである。ただし理論的な道筋は少しずれるが、これに加えてベクトルの間に **内積** という分配法則と交換法則だけを満たす演算が定義されることも目覚ましい話題である。特に、内積を用いてベクトルの大きさが、 $|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} (|\vec{v}|^2 = \vec{v} \cdot \vec{v})$ と表されることから、内積の性質によって、ベクトル \vec{a}, \vec{b} に対し、 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$ という恒等式が導かれ、これを $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \{ |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \}$ と変形すると、**余弦定理** という強力な定理の別表現が得られる。そのため、この話題の出現頻度は高校のベクトルの中では極めて高い。

ベクトルについての話題はこれらに尽きるので、この単元から、折り目正しい問題を出题しようとする時、受験生の目には「ありふれた」典型的問題になってしまう。そのため、大学入試センターの出題者は、複雑な計算を絡めることにより、見た目に難解となるように「工夫」しているようである。

特に、近年はあまりの煩雑さのため、余程しっかりした基礎力がある人でないと、高得点をとることが難しい出題もある。レベルが1から3へと上がるにつれ、計算的複雑さが増すものの、本質的な難しさは存在しないことを見抜くことができるまでしっかり取り組みたい。