

センター試験への心得（指数関数と対数関数）

指数・対数関数は、三角関数と並んで自然を描写するために最も身近で重要な道具であるが、「数学Ⅱ」における扱いは、あまりに初歩的な部分に限られ、学習者が実用的意義がわかるようなものになっていない。数学Ⅱには、他の多くの重要単元が配当されているため大学入試センターも、指数・対数の本質を突く本格的な話題を出題することは難しく、「問題のための問題」の域に止まりがちである。その結果、指数・対数についての方程式、不等式（その基本は与えられた定数 a, b に対して、 $a^x=b$ あるいは $\log_a x=b$ や $a^x>b$, $\log_a x>b$ ）や指数・対数を、他の関数（最も典型的には2次関数）と組合せて、見掛けだけ複雑にしたものが主流になる。

たとえば、

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \quad \text{や} \quad (\log_2 x)^2 - 6 \log_2 x + 8 < 0$$

は、 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ に対する方程式、不等式

$$f(x) = 0 \quad \text{や} \quad f(x) < 0$$

において、 x を 2^x や $\log_2 x$ に置き換えたものに過ぎない。

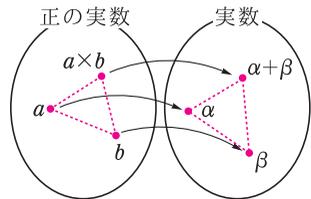
$$y = 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 \quad \text{や} \quad y = (\log_2 x)^2 - 6 \log_2 x + 8$$

のような一見複雑な関数も、合成関数 $f(2^x)$ や $f(\log_2 x)$ に過ぎない、ということである。

指数・対数に関して

正の実数が積について作る世界と、実数が和について作る世界とが数学的には同じである

という理論的な核心をしっかりと理解できたなら、それ以外に必要な知識はほとんどないということを確認して欲しい。



$$\begin{cases} \log_2 a = \alpha \\ \log_2 b = \beta \end{cases} \text{ のとき} \\ \log_2(a \times b) = \alpha + \beta$$